Universität Bonn
Institut für Informatik

Übungszettel 10

Vorkurs Formale Methoden
Jonas Cremer, Bettina Esser
15. September 2023

Aufgabe 1: Vollständige Induktionen des Tages

Sei $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

a) $2^{3n} + 13$ ist durch 7 teilbar.

b) $1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ für $1 \neq q \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2: Polynomdivision

a) $\star$ Wenn Sie Polynomdivision verwirrend oder nervig finden, schauen Sie sich als Alterntive das „Horner Schema“ an. (`https://youtu.be/tMehEcEsRsY` , dauert 3:45 Minuten)

b) Führen Sie folgende Polynomdivisionen aus (Sie können sich aussuchen ob mit Polynomdivision oder Horner Schema) *Sie müssen nicht bis zum Ende weitermachen, es reicht die erste Stufe(z.B. von 5. auf 4. Grad).*

   i) $(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$ Gefundene Nullstelle: $x_1 = -3$

   ii) $(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2})$ Gefundene Nullstelle: $x_1 = -2$

   iii) $(x^5 - 2x^4 - 9x^2 - 14x + 4) : (x^2 - 2x - 4)$

Aufgabe 3: Letzte und wichtigste Aufgabe

Als Millennium-Probleme werden die im Jahr 2000 vom Clay Mathematics Institute in Cambridge (Massachusetts) in einer Liste aufgezählten ungelösten Probleme der Mathematik bezeichnet. Das Institut hat für die Lösung eines der sieben Probleme ein Preisgeld von jeweils einer Million US-Dollar ausgelobt. Sechs der sieben Probleme sind noch ungelöst.

a) $\star$ Lösen Sie alle Millenium-Probleme! Wenn ihr Herz mehr für die Informatik schlägt, beweisen Sie zuerst $P = NP$. Wenn Sie doch lieber Mathematik machen, dann starten Sie mit der Riemannschen Vermutung.

b) Verschieben Sie Aufgabenteil a) und gehen Sie stattdessen zur Orientierungseinheit der Fachschaft: Ab Montag, dem 02.10.2022, hier auf dem Campus. Melden Sie sich am besten gleich jetzt online an.

   Alle Infos hier $\longrightarrow$ oe.fachschaft.info

Wenn euch langweilig ist:

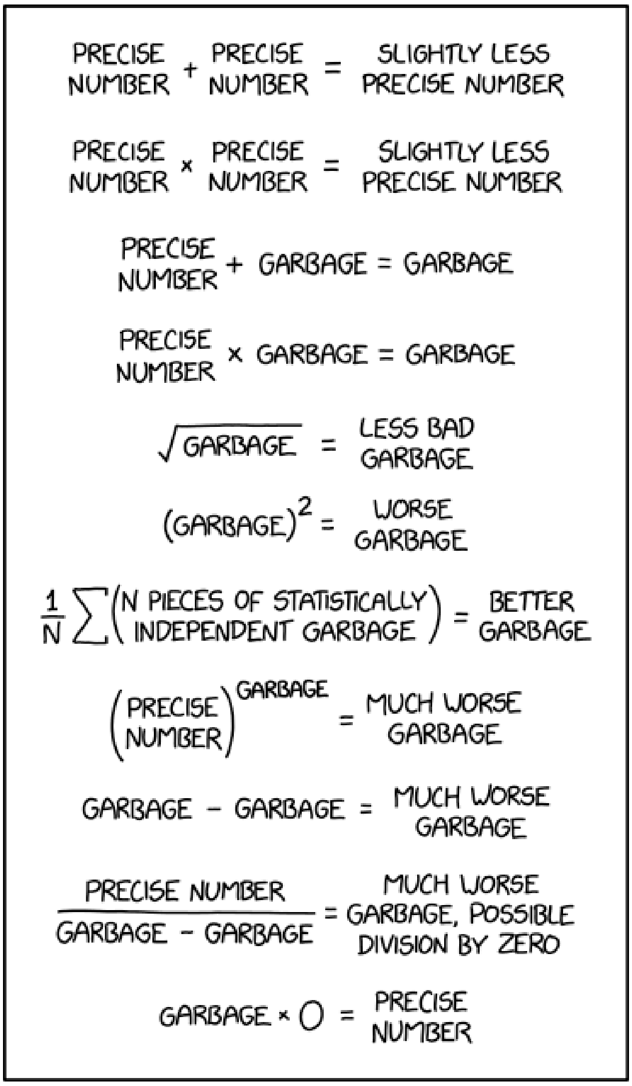
Aufgabe 4: ⋆ Türme von Hanoi

In der Vorlesung „Induktionsbeweise„ haben wir gesehen, dass man per Induktion zeigen kann, dass das Spiel „Türme von Hanoi“ in $2^n - 1$ Schritten lösen kann.

Sie können das Spiel hier im Browser spielen: `https://javalab.org/en/hanoi_tower_en/`

Lösen Sie das Spiel, minimieren Sie ihre Züge und versuchen Sie die ideale Spielstrategie zu finden.

Übrigens: In der Vorlesung „Algorithmen und Berechnungskomplexität“ wird Ihnen der Algorithmus dafür beim Thema „Rekursion“ wieder begegnen.



xkcd 2295: **Garbage Math** – `xkcd.com/2295/`