Universität Bonn
Institut für Informatik

Übungszettel 10

Vorkurs Formale Methoden
Michael Kaibel, Bettina Esser
13. September 2024

Aufgabe 1: Vollständige Induktionen des Tages

Sei $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

a) $2^{3n} + 13$ ist durch 7 teilbar.

b) $1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ für $1 \neq q \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2: Polynomdivision

a) $\star$ Wenn Sie Polynomdivision verwirrend oder nervig finden, schauen Sie sich als Alterntive das „Horner Schema“ an. (`https://youtu.be/tMehEcEsRsY` , dauert 3:45 Minuten)

b) Führen Sie folgende Polynomdivisionen aus (Sie können sich aussuchen ob mit Polynomdivision oder Horner Schema) *Sie müssen nicht bis zum Ende weitermachen, es reicht die erste Stufe(z.B. von 5. auf 4. Grad).*

   i) $(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$ Gefundene Nullstelle: $x_1 = -3$

   ii) $(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2})$ Gefundene Nullstelle: $x_1 = -2$

   iii) $(x^5 - 2x^4 - 9x^2 - 14x + 4) : (x^2 - 2x - 4)$

Aufgabe 3: Letzte und wichtigste Aufgabe

Als Millennium-Probleme werden die im Jahr 2000 vom Clay Mathematics Institute in Cambridge (Massachusetts) in einer Liste aufgezählten ungelösten Probleme der Mathematik bezeichnet. Das Institut hat für die Lösung eines der sieben Probleme ein Preisgeld von jeweils einer Million US-Dollar ausgelobt. Sechs der sieben Probleme sind noch ungelöst.

a) $\star$ Lösen Sie alle Millenium-Probleme! Wenn ihr Herz mehr für die Informatik schlägt, beweisen Sie zuerst $P = NP$. Wenn Sie doch lieber Mathematik machen, dann starten Sie mit der Riemannschen Vermutung.

b) Verschieben Sie Aufgabenteil a) und gehen Sie stattdessen zur **Orientierungseinheit** der Fachschaft: Ab Montag, dem 30.09.2024, hier auf dem Campus Poppelsdorf. Melden Sie sich am besten gleich jetzt online an.

   Anmeldung $\longrightarrow$ pretix.fachschaft.info/oe2024

   Mehr Infos $\longrightarrow$ oe.fachschaft.info

c) Wo Sie schon dabei sind, gehen Sie auch zum Vorkurs Python und lernen Sie schonmal etwas programmieren. Alle Infos dazu hier: uni-bonn.de/de/studium/organisation-des-studiums/studienstart/vorkurse/vorkurs-informatik-schwerpunkt-python

Wenn euch langweilig ist:

Aufgabe 4: $\star$ Rätsel/Spiel des Tages

Wer die Zeit hat, kann heute etwas spielen und zwar das sogenannte Nim-Spiel.

Zeichnen Sie auf ein Stück Papier fünf Reihen vertikaler Striche (symbolische Streichhölzer, o.ä.), wobei in der ersten Reihe ein Strich, in der zweiten zwei, usw. sein sollen. Suchen Sie sich nun in Ihrem Kurs einen Gegner gegen den Sie antreten. Die Regeln des Spiels sind einfach:

a) Man zieht abwechselnd.

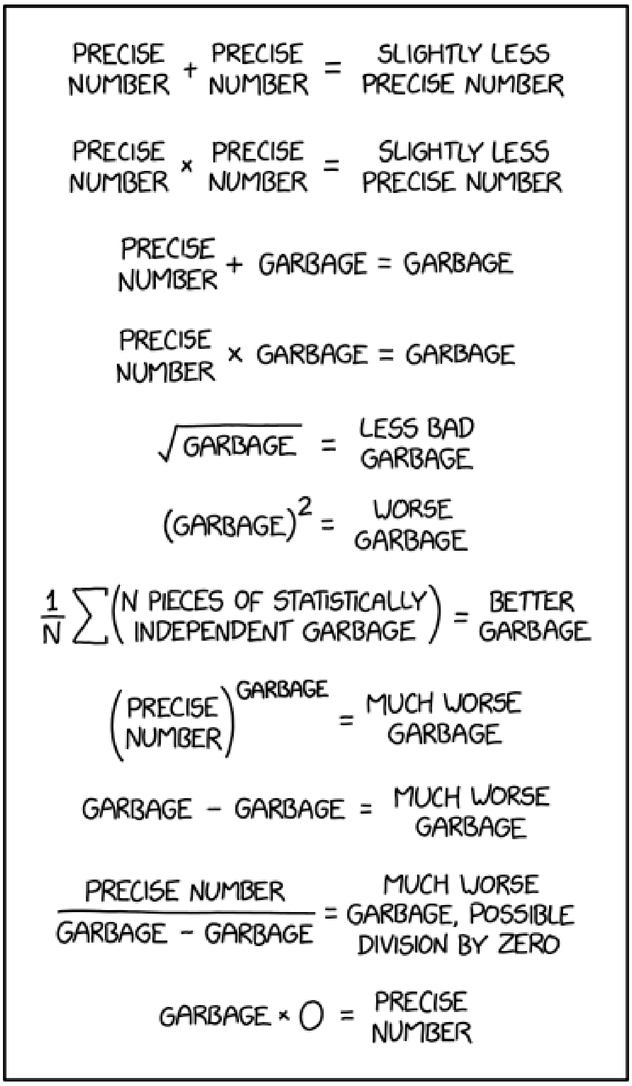
b) Beim ersten Spiel wird der Startspieler zufällig bestimmt, danach darf sich jeweils der Verlierer der Vorrunde aussuchen, wer zuerst zieht.

c) Pro Zug darf man aus einer Reihe beliebig viele Striche durchstreichen, aber mindestens einen.

d) Nun der Witz: Wer den letzten Strich wegstreichen muss, verliert das Spiel.

Da wir Informatiker sind, haben Sie nun die Aufgabe Muster zu erkennen, um das Spiel möglichst effizient zu spielen. Versuchen Sie, Kriterien für gute und schlechte Züge zu formulieren oder sogar einen Algorithmus zu entwickeln, der für Sie das Spiel effizient spielt.

Hinweis: Es existiert eine optimale Strategie.



xkcd 2295: **Garbage Math** – `xkcd.com/2295/`