

## Übungszettel 2

---

### Aufgabe 1: Aussagen

Bestimmen Sie, ob es sich bei den folgenden Sätzen jeweils um eine Aussage handelt oder nicht.

- a) Welcher Wochentag ist heute?
- b) Hühnchen schmeckt jedem anders.
- c) Blau und Grün sind dieselbe Farbe.
- d) Es gibt einen Gott.
- e) Berlin ist die Hauptstadt von Frankreich.
- f) Pfannkuchen.
- g) Nehmen Sie stets an den Übungen zur Vorlesung teil.
- h) Gehen Sie zur Studienberatung!
- i) Wenn Sie viel schlafen, können Sie besser studieren.

### Aufgabe 2: Operationen auf Aussagen

Schreiben Sie für jede der folgenden Aussagen auf, aus welchen elementaren Aussagen diese bestehen und mit welchen Operatoren diese verknüpft sind. Geben Sie anschließend die Wahrheitstabelle an.

- ) **Beispiel** Wenn es regnet, dann ist die Straße nass.
- a) Die Dozentin des Vorkurses ist eine Frau.
- b) Wenn die Straße nass ist, dann hat es geregnet.
- c) Wenn Haie und Enten Schnäbel haben, dann studiere ich Informatik.
- d) Heute wird es regnen oder die Sonne scheinen, aber nicht beides.

### Aufgabe 3: Gesetze für Aussagen

Beweisen Sie mithilfe von Wahrheitstabellen:

- ) **Beispiel** Distributivgesetze:  
$$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$
- a)  $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- b)  $A \iff B \equiv \neg(A \oplus B)$
- c) De Morgansche Gesetze:  
$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B,$$
- d)  $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B.$
- e)  $\star$  So wie eine Tautologie eine Aussage ist, die stets wahr ist, so ist eine Kontradiktion eine Aussage, die stets falsch ist. Weisen sie nach, dass es sich um eine Kontradiktion handelt:  
$$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Leftrightarrow \neg(A \Rightarrow B) \vee \neg(B \Rightarrow C).$$

## Aufgabe 4: Aussagen und Quantoren

Schreiben Sie die folgenden Aussagen in Quantoren-Schreibweise:

Erinnerung:  $n \in \mathbb{N} =$  „ $n$  ist in den natürlichen Zahlen“

$\forall n \in \mathbb{N} :$  = „Für alle natürlichen Zahlen gilt“

- ) **Beispiel** Eine natürliche Zahl  $n$  ist genau dann eine Quadratzahl, falls es eine natürliche Zahl  $q$  gibt, für die gilt:  $q^2 = n$ .
  - a) Für alle natürliche Zahlen gilt: falls die Zahl größer als 10 ist, dann ist auch ihr Quadrat größer als 10.
  - b) Für alle  $x$  aus den natürlichen Zahlen existiert ein  $q$  aus den rationalen Zahlen, sodass gilt:  $x \cdot q = 1$
- 

**Wenn ihr schon fertig seid:**

### 1 ★ Denksport / Logik

Von den folgenden drei Aussagen ist *genau eine* richtig:

1. Der Informatikstudent hat mindestens 100 Bücher gelesen.
2. Der Informatikstudent hat mindestens ein Buch gelesen.
3. Der Informatikstudent hat weniger als 100 Bücher gelesen.

Wie viele Bücher hat der Informatikstudent gelesen?

### 2 ★ Gesetze für Aussagen II

Beweisen Sie (ohne Wahrheitstabellen), d.h., zeigen Sie, dass diese Aussage immer wahr ist durch Umformungen mithilfe der Gesetze aus der Vorlesung.

- a) Modus ponens:

$$((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B$$

- b) Modus tollens:

$$((A \Rightarrow B) \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A$$